

Instrucciones:

- Debe responder un máximo de 5 preguntas: 3 obligatorias y 2 opcionales de bloques diferentes.
- En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque opcional, se considerará sólo la primera pregunta.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica, no programable ni con conexión a internet

Bloque 1.- Análisis I (Quesos El Time)

1. En la elaboración artesanal del queso “El Time” de La Palma, las bacterias lácticas transforman de manera natural la lactosa de la leche cruda en ácido láctico. Esta concentración de ácido no puede crecer indefinidamente, ya que niveles muy altos de acidez acaban inhibiendo la propia actividad bacteriana, lo que estabiliza el proceso. La concentración de ácido láctico en el suero, medida en gramos por litro (g/L), se modeliza mediante la siguiente función logística, donde t es el tiempo transcurrido en días desde el inicio del proceso:

$$C(t) = \frac{12}{1 + 9 \cdot e^{-0,6t}}$$

- 0.25 a) Calcular la concentración de ácido láctico al inicio del proceso.
- 0.5 b) Calcular la tasa de variación media entre el día 0 y el día 5.
Sabiendo que la tasa de variación media entre el día 5 y el día 10 es de 0.69 g/L por día, ¿qué información se deduce de ambas tasas?
- 0.5 c) Calcular el valor al que tiende la concentración de ácido láctico con el paso del tiempo. Interpretar el resultado en el contexto del problema.
- 0.75 d) Justificar que no existe ningún periodo de tiempo en el que la concentración de ácido láctico disminuya.

Bloque 2.- Álgebra

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 6 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

2 Resolver la ecuación: $A \cdot X + B = I_3$

Donde I_3 es la matriz identidad de orden 3.

Bloque 3.- Geometría

3. En el espacio tridimensional, se consideran las rectas siguientes:

$$r: \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 3 \end{cases} \quad ; \quad s: x - 1 = \frac{y-2}{2} = z - 1$$

- 0.75 a) Determinar si las rectas r y s son perpendiculares.
- 1.25 b) Averiguar si las rectas r y s son coplanarias.

Bloque 4.- Análisis II (seleccione solo una pregunta)

4A. Determinar los intervalos de concavidad y convexidad de la función:

2

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

¿Existe algún punto de inflexión? Justificar la respuesta.

4B. Dada la función $f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{12x^2+3x^3}$, se pide resolver los siguientes apartados:

0.75 a) Dominio de $f(x)$

1.25 b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Bloque 5.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

5A. En una plataforma de *streaming* se ha observado que el 30% de los usuarios que comienzan a ver una serie continúan con el segundo episodio el mismo día. Se supone que el comportamiento de cada usuario es independiente del resto y que dicha probabilidad se mantiene constante.

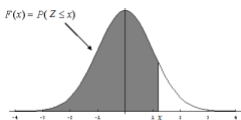
1 a) En un determinado día, 12 usuarios comienzan a ver una serie. Calcular la probabilidad de que al menos 2 usuarios continúen con el segundo episodio ese mismo día.

1 b) Elegido un día al azar se observa que 40 usuarios comienzan a ver la serie. Calcular la probabilidad de que, como mucho, 9 usuarios continúen con el segundo episodio ese mismo día.

5B. Una empresa farmacéutica fabrica cápsulas de un determinado medicamento. Bajo la configuración y calibración actuales de la máquina de llenado, se ha comprobado, mediante controles de calidad, que la cantidad de principio activo (expresada en miligramos) que contiene cada cápsula sigue una distribución normal de media 500 mg y desviación típica 12 mg.

1 a) Calcular la probabilidad de que una cápsula, elegida al azar, contenga entre 488 mg y 515 mg de principio activo.

1 b) Se considera que una cápsula es defectuosa cuando contiene menos de 477 mg o más de 523 mg de principio activo. Como medida de control de calidad, la empresa deberá recalibrar la máquina y actualizar los parámetros del modelo estadístico en caso de registrar un 3% o más de cápsulas defectuosas. ¿Será necesario llevar a cabo la calibración de la máquina?



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767