

**Instrucciones:**

- Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas entre las parejas 1A-1B, 2A-2B, 3A-3B y 4A-4B, correspondientes a cada uno de los bloques de contenido. En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque de contenido, se considerará sólo la primera pregunta respondida de ese bloque.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica no programable ni con conexión a Internet.

**Bloque 1.- Análisis (seleccione solo una pregunta)**

**1A.** Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + bx & \text{si } x < 1 \\ a + \ln(x) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- a) Estudia los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x)$  sea continua y derivable en  $\mathbb{R}$ . Escribe la función resultante  $f(x)$  1.5 pts
- b) Tomando los valores  $a = -2$  y  $b = 1$ , calcula la ecuación de la recta tangente a  $f(x)$  en  $x = e$  1 pto

**1B.** Realiza el cálculo de las siguientes integrales:

a)  $\int \frac{x+4}{x^2+4} dx$  1.25 pts

b)  $\int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x} dx$  1.25 pts

**Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)**

**2A.** Averigua qué dos matrices de dimensiones  $3 \times 3$ ,  $X$  e  $Y$ , verifican las siguientes condiciones:

- La suma de ambas matrices  $X$  e  $Y$  da como resultado la matriz  $I_3$  (siendo  $I_3$  la matriz identidad  $3 \times 3$ ) 2.5 pts
- Siendo  $A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & -7 \\ 14 & -12 & 0 \\ 0 & -7 & -5 \end{pmatrix}$ , la matriz traspuesta de  $A$  es el resultado de realizar la resta del doble de la matriz  $X$  y cinco veces la matriz  $Y$

**2B.** Dado el siguiente sistema de ecuaciones con un parámetro  $k$ :

$$\begin{cases} kx - y - z = 1 \\ x + ky + 2kz = k \\ x + y + z = -1 \end{cases}$$

- a) Discute la resolución del sistema de ecuaciones, según los valores que pueda tomar el parámetro  $k$  1.5 pts
- b) Resuelve el sistema para  $k = 1$  1 pto

### Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

**3A.** En el espacio tridimensional conocemos las ecuaciones de las rectas siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 4y - 3z = -1 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x + 4y + 12 = 0 \\ 6y + z + 13 = 0 \end{cases}$$

- a) Estudia la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$  1.25 ptos
- b) Calcula la ecuación del plano  $\pi$  paralelo a la recta  $s$  que contiene a la recta  $r$ . 1.25 ptos  
 Halla el punto de corte de dicho plano  $\pi$  con la recta:  $t \equiv \frac{x+4}{-1} = \frac{y-8}{3} = z - 2$

**3B.** En el espacio tridimensional conocemos las ecuaciones siguientes:

$$\pi \equiv \begin{cases} x = 1 + t + 4s \\ y = 1 + s \\ z = 3 - 2t - 5s \end{cases} ; r_1 \equiv \frac{x+4}{5} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-1}{0} ; r_2 \equiv \begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ y + 4z = 5 \end{cases}$$

- a) Calcula la ecuación de la recta  $s$ , perpendicular al plano  $\pi$  y que contiene el punto de intersección de las rectas  $r_1$  y  $r_2$  1.25 ptos
- b) ¿Es cierto que el ángulo entre las rectas  $r_1$  y  $r_2$  es menor de  $45^\circ$ ? Justifícalo 1.25 ptos

### Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

**4A.** Tenemos una caja con bolas de madera y de plástico de distintos colores, pero con el mismo tamaño y aspecto. Contamos con la siguiente información de su contenido:

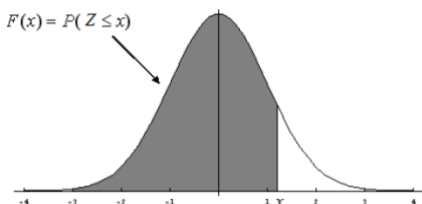
- El 38% son bolas azules y, de este color, la mitad son de madera
- El 29% son bolas rojas y, de este color, las tres cuartas partes son de madera
- El 33% son bolas verdes y, de este color, dos tercios son de madera

Extraemos una bola de la caja. Responde a las siguientes preguntas:

- a) Construye el árbol de probabilidades 0.5 ptos
- b) Calcula la probabilidad de que, al sacar una bola al azar de la caja, esta sea de madera 1 pto
- c) Si la bola extraída de la caja es de plástico, ¿qué probabilidad hay de que sea de color rojo? 1 pto

**4B.** El número de ventas diarias de periódicos en un quiosco se distribuye como una distribución normal de media 30 periódicos y desviación típica  $\sqrt{2}$ . Determina:

- a) La probabilidad de que en un día se vendan entre 28 y 31 periódicos 1 pto
- b) Justifica si es cierto que la probabilidad de vender más de 32 periódicos es menor que 0.1 0.75 ptos
- c) El dueño del quiosco considera que su puesto está situado en una buena zona, ya que sabe que hay más de un 80% de posibilidades de vender más de 29 periódicos diarios. ¿Está en lo cierto? Justifícalo 0.75 ptos



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767